



## Příprava

---

**Příklad 1:** Vypočítejte

(a)  $5\frac{1}{3} : \frac{8}{9} =$

(b)  $1\frac{2}{9} : 7\frac{1}{3} =$

(c)  $5\frac{4}{9} : 3\frac{1}{3} =$

(d)  $\left(1\frac{2}{3} - 5\frac{3}{4}\right) : 2\frac{5}{8} =$

(e)  $\left(\frac{9}{10} - \frac{3}{4}\right) : 0,3 =$

(f)  $\left(6\frac{1}{4} - 3\frac{5}{8}\right) : 10\frac{1}{2} =$

**Příklad 2:** Vypočítejte

(a)  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} =$

(b)  $\frac{\frac{18}{6}}{\frac{15}{10}} =$

(c)  $\frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{8}} =$

(d)  $\frac{4\frac{4}{5} \cdot 4\frac{1}{4}}{3\frac{2}{5}} =$

(e)  $\frac{\frac{3}{8} + \frac{1}{4}}{\frac{3}{5} - \frac{4}{15}} =$

(f)  $\frac{\frac{1}{5} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{2}{5}} =$

**Příklad 3:** Vypočítejte

(a)  $\frac{14}{8} : \left(6 - \frac{3}{4}\right) =$

(b)  $\frac{12}{13} : 1\frac{1}{3} - \frac{6}{26} : \frac{1}{2} =$

(c)  $\left(2\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{9}{11} =$

(d)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{4}\right) \left(1\frac{1}{7} + \frac{1}{6}\right) =$

(e)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) : \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right) =$

(f)  $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) : \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}\right) =$

**Příklad 4:** Vypočítejte

(a)  $\frac{b \cdot b^8}{b^3} =$

(b)  $(4x^4)^3 + (x^2)^7 \cdot x^{-2} =$

(c)  $\frac{z^0 \cdot z^{3n+5}}{z^{1-n}} =$

(d)  $\frac{4^3}{6^3 \cdot 21^{-3} \cdot 56^2} =$

(e)  $\left(\frac{a^4 \cdot b^{-3} \cdot c^{-2}}{d^4}\right)^{-2} : \left(\frac{b^6}{a^{-5}}\right)^{-1} =$

(f)  $\left(\frac{a^{-2} \cdot b^4 \cdot c^{-1}}{d^3}\right)^{-3} : \left(\frac{d^4}{c^5}\right)^{-2} =$

**Headquarters**

Vratislavova 29/10, 128 00 Prague 2, Czech Republic

Phone: +420 224 990 411

E-mail: [ujop@ujop.cuni.cz](mailto:ujop@ujop.cuni.cz)

[www.ujop.cuni.cz](http://www.ujop.cuni.cz)

VAT No.: CZ00216208





**Příklad 5:** Vypočítejte

(a)  $\frac{23}{7 - \sqrt{3}} =$

(b)  $\frac{2}{6 - \sqrt{10}} =$

(c)  $\frac{1}{2 + \sqrt{5}} =$

(d)  $\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3 + \sqrt{3}} =$

(e)  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} =$

(f)  $\frac{8}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} =$

**Příklad 6:** Vypočítejte

(a)  $\sqrt[8]{\sqrt[3]{x^{10}}} =$

(b)  $\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[4]{x}} =$

(c)  $\sqrt[4]{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}} =$

(d)  $\sqrt{x^3 \cdot \sqrt[3]{x}} =$

(e)  $\sqrt[4]{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}} =$

(f)  $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}}} =$

**Příklad 7:** Zjednodušte:

(a)  $[1 - a^2(1 + a^2)^{-1}]^{-1} =$

(b)  $[1 - (1 - 3x)^{-1}] \cdot [1 - (3x + 1)^{-1}] =$

(c)  $[(c^2 - 1)^{-1} + 1]^{-2} : (1 - c^{-4}) =$

(d)  $(p^{-1} - q^{-1}) : (p^2 - pq) =$

(e)  $[(1 - v)^{-1} + (1 + v)^{-1}]^{-1} =$

(f)  $(u^{-2} + v^{-2})(u^2 + v^2)^{-1} + 2(u^2v^2)^{-1} =$

**Příklad 8:** Rozložte na součin

(a)  $x^2 - 15x + 50$

(b)  $x^2 + 12x + 20$

(c)  $x^2 + 10x + 25$

(d)  $3x^2 - 7x - 10$

(e)  $5x^2 - 3x - 14$

(f)  $5x^2 + 13xy + 6y^2$

**Příklad 9:** Zjednodušte

(a)  $\frac{2x^2 + 7x + 3}{2x^2 - 7x - 4} \cdot \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 9}$

(b)  $\left(\frac{x-1}{x^2+x} - \frac{x-3}{x^2-1}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right)$

(c)  $\left(\frac{3x^2}{x^2-1} + 1\right) : \left(1 + \frac{x}{x-1}\right)$

(d)  $\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{a+1} - \frac{4a-a^2}{1-a^2}$

(e)  $\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x}\right) : \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}\right)$

(f)  $\frac{4a^2 - 16a + 16}{2a^2 - 4a + ab - 2b}$

**Headquarters**

Vratislavova 29/10, 128 00 Prague 2, Czech Republic

Phone: +420 224 990 411

E-mail: [ujop@ujop.cuni.cz](mailto:ujop@ujop.cuni.cz)

[www.ujop.cuni.cz](http://www.ujop.cuni.cz)

VAT No.: CZ00216208





**Příklad 10:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice

(a)  $29 + x = -2(x - 13)$

(b)  $-2(x + 7) - 30 = 9x$

(c)  $-30 = -37 + \frac{x}{15}$

(d)  $-\frac{x}{4} - 8 = -48$

(e)  $10 - (x + 5) = 3(x + 2)$

(f)  $2(x + 4) - 1 = 3 + 4(x - 1)$

**Příklad 11:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice

(a)  $\frac{x}{x - 1} = 2$

(b)  $\frac{5x - 20}{x - 4} = 9$

(c)  $\frac{1}{x - 1} = \frac{2}{x - 2}$

(d)  $\frac{4x - 1}{x - 2} + 2 = 1 - \frac{5x - 3}{2 - x}$

(e)  $\frac{2x + 1}{x - 1} + \frac{x + 1}{x - 1} = \frac{11}{2}$

(f)  $\frac{6}{x - 5} - 1 = \frac{2x - 4}{x - 5}$

**Příklad 12:** Z následujících výrazů vyjádřete neznámou  $x$ .

(a)  $I = \frac{Ex}{R + x}$

(b)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$

(c)  $t = \frac{xa + yb}{x + y}$

(d)  $k = 1 + \frac{x}{x + 1}$

(e)  $1 + \frac{1}{b} = \frac{2}{bx}$

(f)  $c = \frac{x - a}{x - b}$

**Příklad 13:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnice

(a)  $|x + 1| > 2$

(b)  $|x + 3| < 2$

(c)  $|x + 3| > 4$

(d)  $|x + 2| < -1$

(e)  $|x - 5| \leq 3$

(f)  $|x + 5| \leq 7$

**Příklad 14:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnice

(a)  $2x - 3 \geq |x - 2|$

(b)  $|2x - 3| - 5 \leq x + 1$

(c)  $|3x - 1| < x$

(d)  $|x - 3| + x < 5$

(e)  $|x - 2| - x > 1$

(f)  $|x + 3| < 3 - x$





**Příklad 15:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice

(a)  $4x^2 - 25 = 0$

(b)  $3x^2 + 17 = 0$

(c)  $2x^2 + 11x - 6 = 0$

(d)  $x^2 - \sqrt{8}x + 2 = 0$

(e)  $x^2 - x + 3 = 0$

(f)  $(x - 1)^2 = 3$

**Příklad 16:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice

(a)  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-x} + \frac{4}{1-x^2} = 0$

(b)  $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x^2-x} - \frac{2}{x^2-1} = 0$

(c)  $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2-x} = 0$

(d)  $\frac{2x}{x+1} = \frac{2}{x^2+x} - \frac{3}{x}$

(e)  $\frac{1}{x+4} + \frac{x^2-20}{x^2-16} = \frac{4}{x-4}$

(f)  $\frac{x}{x-3} + \frac{4x}{x+7} = 1$

**Příklad 17:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnice

(a)  $(x-2)(x-5) \leq 0$

(b)  $2x^2 + 5x > 0$

(c)  $x^2 - 4 < 0$

(d)  $-x^2 + x - 1 \geq 0$

(e)  $x^2 + 2x + 1 > 0$

(f)  $4x^3 - 5x^2 - 6x < 0$

**Příklad 18:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnice

(a)  $\frac{2}{x+3} \geq 0$

(b)  $\frac{x}{4-3x} \leq 0$

(c)  $\frac{x-5}{x^2+2x+2} < 0$

(d)  $\frac{2x}{x+1} \leq 1$

(e)  $\frac{x-3}{3x^2-4x+1} \leq 0$

(f)  $\frac{x^2+x-6}{x^2+4x+3} \geq 0$

**Příklad 19:** Určete maximální definiční obor funkce  $f(x)$ .

(a)  $f(x) = \frac{2}{x^2-4}$

(b)  $f(x) = \frac{1}{|x|+5}$

(c)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{3-x}$

(d)  $f(x) = \sqrt{\frac{3x+5}{7-x}}$

(e)  $f(x) = \sqrt{\frac{2+x-6x^2}{|x|}}$

(f)  $f(x) = \sqrt{\frac{3-4x-4x^2}{|x+1|}}$





**Příklad 20:** Pro  $[x; y] \in \mathbb{R}^2$  řešte soustavy rovnic:

(a)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 7x - 2y = -20 \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x + y = 13 \end{cases}$

(d)  $\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

(e)  $\begin{cases} 4x + 3y = -4 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$

(f)  $\begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ 6x - 10y = 17 \end{cases}$

**Příklad 21:** Pro  $[x; y] \in \mathbb{R}^2$  řešte soustavy rovnic:

(a)  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y^2 = 4 \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} 4y - x = 6 \\ 2y^2 - 3x = 0 \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = x^2 - x - 1 \end{cases}$

(d)  $\begin{cases} 3y - 4x = 7 \\ y^2 - 4y - 3x + 1 = 0 \end{cases}$

(e)  $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$

(f)  $\begin{cases} x - 3y = 10 \\ x^2 - 24y = 100 \end{cases}$

**Příklad 22:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice

(a)  $\sqrt{2x^2 - 3} = 2x - 3$

(b)  $\sqrt{5 - x^2} = x + 1$

(c)  $\sqrt{17 - x^2} = 3 - x$

(d)  $\sqrt{1 + 4x - x^2} = x - 1$

(e)  $\sqrt{x^2 - 3x} - \sqrt{x - 1} = 0$

(f)  $(x^2 - 4) \cdot \sqrt{x + 1} = 0$

**Příklad 23:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice

(a)  $3^x = 27$

(b)  $7^{x^2 - 4} = 1$

(c)  $2^{3x-1} = 16^{x+2}$

(d)  $3^x + 3^{x+1} = 36$

(e)  $\sqrt[3]{2^{x+5}} = \sqrt[4]{8}$

(f)  $14^x + 8 = 8 \cdot 7^x + 2^x$

**Příklad 24:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnice

(a)  $6^x \leq 36$

(b)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x-1} > 0,25$

(c)  $4^{x-1} - 7 \cdot 2^{x-2} - 2 \geq 0$

(d)  $5^x - 5^{2-x} - 24 > 0$

(e)  $16^{2x+3} < 2^{x^2+3}$

(f)  $4^{\frac{7}{x}} \geq 16$





**Příklad 25:** Vypočítejte ( $\log x = \log_{10} x$ )

(a)  $\log_2 128 =$

(b)  $\log 1000 =$

(c)  $\log_{25} 125 =$

(d)  $\log_9 \sqrt[5]{3} =$

(e)  $\log_7(\sqrt{28} - \sqrt{7}) =$

(f)  $\log_{0,25}(\sqrt{162} - \sqrt{2}) =$

**Příklad 26:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice ( $\log x = \log_{10} x$ )

(a)  $\log_3(5x - 19) = 4$

(b)  $\log \sqrt[3]{x^2} + \log x = 10$

(c)  $\log(17x + 18) = 2 - \log 5 + \log x$

(d)  $\log x^4 - \frac{16}{\log x} = 0$

(e)  $\log(x + 4) + \log x = 2 \cdot \log(x - 1)$

(f)  $\log_3 x + \log_{27} x = \frac{16}{3}$

**Příklad 27:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnice ( $\log x = \log_{10} x$ )

(a)  $\log x > 4$

(b)  $\log_{0,3} x \geq 3$

(c)  $\log_{0,7}(6x + 11) \leq \log_{0,7}(8 - x)$

(d)  $\log x^2 \leq \log(x + 6)$

(e)  $\log^2 x - \log x^2 > 3$

(f)  $\log_3(x^2 + 6x + 8) \geq 1$

**Příklad 28:** Určete maximální definiční obor funkce  $f(x)$ . ( $\log x = \log_{10} x$ )

(a)  $f(x) = \log(2x + 7)$

(b)  $f(x) = \ln(9 - x^2)$

(c)  $f(x) = \frac{2}{\log(4x - 15)}$

(d)  $f(x) = \frac{\log(18 - 7x)}{\sqrt{x - 1}}$

(e)  $f(x) = \sqrt{\log(x - 4)}$

(f)  $f(x) = \frac{\sqrt{18 - 4x}}{2 - \log_3(x + 7)}$

**Příklad 29:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice:

(a)  $4 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2$

(b)  $8 \cos\left(2x - \frac{\pi}{8}\right) = 4\sqrt{3}$

(c)  $\sqrt{2} \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

(d)  $4\sqrt{3} \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{12}$

(e)  $6 \cotg\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{12}$

(f)  $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$





**Příklad 30:** Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnice:

(a)  $6 \sin^2 x - 7 \cos x - 1 = 0$

(b)  $3 \sin x = 2 \cos^2 x$

(c)  $2\sqrt{3} \sin^2 x = \cos x$

(d)  $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$

(e)  $\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

(f)  $\cos 2x + \sin x = 0$

